Travaux dirigés 1 : Thermodynamique

Correction

Exercice 1 : Etude d'un pneu d'une voiture

1 Comme la quantité de matière n d'air contenu dans le pneu et son volume V sont des constantes, alors d'après l'équation d'état des gaz parfaits,

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{nR}{V}$$

d'où on déduit

$$\boxed{P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 = 2{,}5\,\text{bar}\,.}$$

2 La variation relative de pression est supérieure à 10 %, ce qui est loin d'être négligeable. Le meilleur conseil à donner est de refaire la pression des pneus de la voiture. Notez d'ailleurs qu'il est préconisé de la vérifier chaque mois ... et indispensable de le faire au moins deux fois par an, avant les grands trajets !

Exercice 2 : Gaz parfait enfermé dans une enceinte

Introduisons pour clarifier la discussion un axe z vertical vers le haut. Dans tous les cas, il faut traduire l'équilibr mécanique du piston. Celui-ci est soumis à

- ▷ son poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$;
- ▷ la force de pression exercée par l'air extérieur $\vec{F}_{\text{ext}} = -P_0 S\vec{e}_z$;
- ▷ la force de pression exercée par l'air intérieur qui dépend de l'étape i, $\vec{F}_{\text{int}} = +P_i S\vec{e}_z$;
- ▷ éventuellement la force exercée par la masse supplémentaire, égale à son poids $\vec{P}' = -Mg\vec{e}_z$.

1 Commençons par déterminer la pression P_1. Comme le piston est en équilibre, alors

$$-mg + (P_1 - P_0)S = 0 \qquad \text{d'où} \qquad P_1 = \frac{mg}{S} + P_0$$

et on déduit de l'équation d'état des gaz parfaits

$$P_1 \times Sh_1 = nRT_0 \qquad \text{d'où} \qquad h_1 = \frac{nRT_0}{S\,P_1} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{h_1 = \frac{nRT_0}{mg + SP_0}\,.}$$

2 La condition d'équilibre mécanique du piston s'écrit toujours de la même façon, si bien que

$$P_2 = P_1 = \frac{mg}{S} + P_0\,.$$

Seule change la température, d'où

$$\boxed{h_2 = \frac{nRT}{mg + SP_0}\,.}$$

3 Cette fois le piston doit en plus supporter la masse M ajoutée. La pression P_3 vaut donc

$$P_3 = \frac{(m+M)g}{S} + P_0$$

et la hauteur s'en déduit par le même raisonnement que précédemment,

$$\boxed{h_3 = \frac{nRT}{(m+M)g + SP_0}.}$$

4 Toujours de la même façon, on trouve $P_4 = P_3$ et

$$\boxed{h_4 = \frac{nRT_0}{(m+M)g + SP_0}.}$$

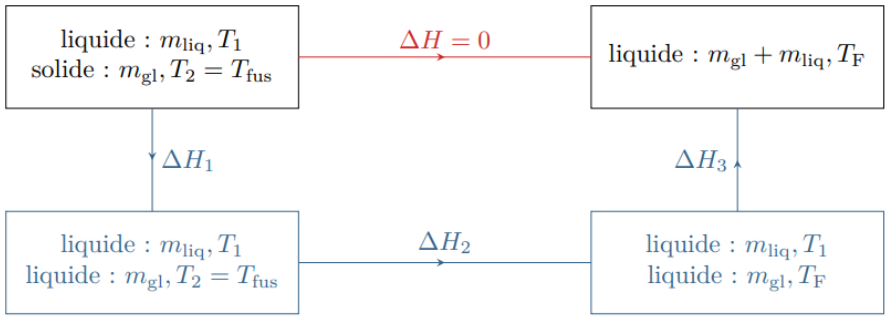
Exercice 3 : De la glace qui fond

Comme le calorimètre est calorifugé et que les systèmes n'y reçoivent aucun travail, alors d'après le premier principe,

$$\Delta H = W_{\neq p} + Q = 0$$

Les transformations dans le calorimètre sont donc isenthalpiques. Dans tout l'exercice, le système considéré est l'ensemble de l'eau contenue dans le calorimètre. Il s'agit bien d'un système fermé (masse constante), mais il n'est pas homogène.

1 Raisonnons à partir de la transformation (auxilliaire) décrite figure 3. Elle a même état initial et même état final que la transformation réelle, donc comme l'enthalpie est une fonction d'état, sa variation est la même au cours des deux transformations.



Calculons les variations d'enthalpie étape par étape :

- ▷ Étape 1 : la totalité de la glace fond tout en restant à la température de fusion $T_1 = 0\,°C$, le reste du système ne subit aucune transformation, donc

$$\Delta H_1 = m_{gl}\,\Delta_{fus}h\,;$$

- ▷ Étape 2 : la masse d'eau juste fondue, liquide, passe de T_2 à T_F, le reste du système ne subit aucune transformation, donc

$$\Delta H_2 = m_{gl}\,c\,(T_F - T_2)\,;$$

- ▷ Étape 3 : l'eau initialement liquide passe de T_1 à T_F, le reste du système ne subit aucune transformation, donc

$$\Delta H_3 = m_{liq}\,c\,(T_F - T_1)\,.$$

Ainsi, le bilan enthalpique global s'écrit

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$$

et donc

$$0 = m_{gl}\,\Delta_{fus}h + m_{gl}\,c\,(T_F - T_2) + m_{liq}\,c\,(T_F - T_1)\,.$$

On en déduit alors

$$\boxed{T_F = \frac{m_{gl}\,c\,T_2 + m_{liq}\,c\,T_1 - m_{gl}\,\Delta_{fus}h}{(m_{gl} + m_{liq})c} = 260\,K = -13\,°C\,.}$$

Il y a donc une contradiction : l'eau est supposée liquide, et pourtant à la température trouvée elle devrait être solide.
L'hypothèse d'eau complètement liquide est donc fausse.

2 Si l'eau est présente à la fois sous forme liquide et solide, alors comme la transformation est monobare à pression atmosphérique, on connaît la température finale qui est l'unique température à laquelle une coexistence stable est possible,

$$\boxed{T_F = T_{fus} = 0\,°C\,.}$$

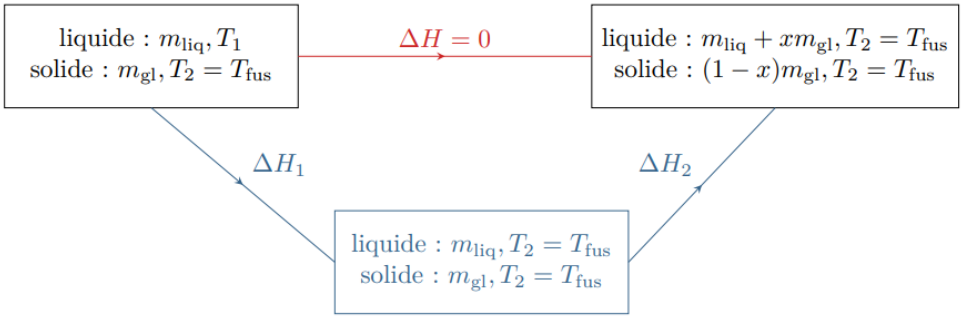
La transformation auxilliaire sur laquelle on raisonne pour exprimer les variations d'enthalpie se compose de deux étapes, indiquées figure 4.

▷ Étape 1 : la totalité de l'eau liquide refroidit jusqu'à la température T_{fus}, le reste du système ne subit aucune transformation, donc

$$\Delta H_1 = m_{liq}\, c\, (T_{fus} - T_1)\,;$$

▷ Étape 2 : une fraction x d'eau solide (masse xm_{gl}) passe à l'état liquide, le reste du système ne subit aucune transformation, donc

$$\Delta H_2 = x\, m_{gl}\, \Delta_{fus} h$$



Le bilan enthalpique global s'écrit donc

$$\Delta H = 0 = m_{liq}\, c\, (T_{fus} - T_1) + x\, m_{gl}\, \Delta_{fus} H$$

soit

$$\boxed{x = \frac{m_{liq}\, c\, (T_1 - T_{fus})}{m_{gl}\, \Delta_{fus} h} = 0{,}51\,.}$$

Cette valeur est physiquement acceptable : on en déduit que l'hypothèse est validée. Ainsi, dans l'état final, le calorimètre contient 1,25 kg d'eau liquide et 0,25 kg de glace, le tout à 0 °C.

Exercice 4 : Combien de glaçons dans le jus de fruits ?

Il faut tout d'abord faire des hypothèses :

- Température extérieure : 25°C, qui correspond à $T_{exterieure}$
- Température du réfrigérateur : 5°C, qui correspond à T_{frigo}
- Température d'un glaçon : -18°C, qui correspond à $T_{congélateur}$
- La masse de liquide est de 200 g
- On néglige les échanges de chaleur entre le verre et l'extérieur
- On peut donner l'information suivante : (oubliée dans l'énoncé) : capacité thermique massique de la glace $c_{glace} = 2{,}06$ kJ.K^{-1} .kg^{-1} (Ou, au contraire, faire l'hypothèse que la capacité thermique est la même que celle de l'eau liquide)

- Etape 1 : La glace passe de -18°C à 0°C :

$$\Delta H_1 = m_{glace}.c_{glace}.(T_{fusion} - T_{congélateur})$$

- Etape 2 : La glace change d'état :

$$\Delta H_2 = m_{glace}.\Delta_{\text{fus}}h$$

- Etape 3 : La glace passe de 0°C à T_{frigo} :

$$\Delta H_3 = m_{glace}.c_{eau}.(T_{frigo} - T_{fusion})$$

- Etape 4 : Le jus passe de la température de 25°C à T_{frigo} :

$$\Delta H_4 = m_{eau}.c_{eau}.(T_{frigo} - T_{extérieur})$$

- Le bilan s'écrit :

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4$$

$$0 = m_{glace}.c_{glace}.(T_{fusion} - T_{congélateur}) + m_{glace}.\Delta_{\text{fus}}h + m_{glace}.c_{eau}.(T_{frigo} - T_{fusion}) + m_{eau}.c_{eau}.(T_{frigo} - T_{extérieur})$$

$$0 = m_{glace}.(\Delta_{\text{fus}}h + c_{glace}.(T_{fusion} - T_{congélateur}) + c_{eau}.(T_{frigo} - T_{fusion})) + m_{eau}.c_{eau}.(T_{frigo} - T_{extérieur})$$

$$m_{glace} = \frac{-m_{eau}.c_{eau}.(T_{frigo} - T_{extérieur})}{\Delta_{\text{fus}}h + c_{glace}.(T_{fusion} - T_{congélateur}) + c_{eau}.(T_{frigo} - T_{fusion})}$$

$$= \frac{-200 \times 4{,}2 \times (5 - 25)}{(330 + 2{,}06 \times (0 - (-18)) + 4.2 \times (5 - 0)} = 43{,}29\ g$$